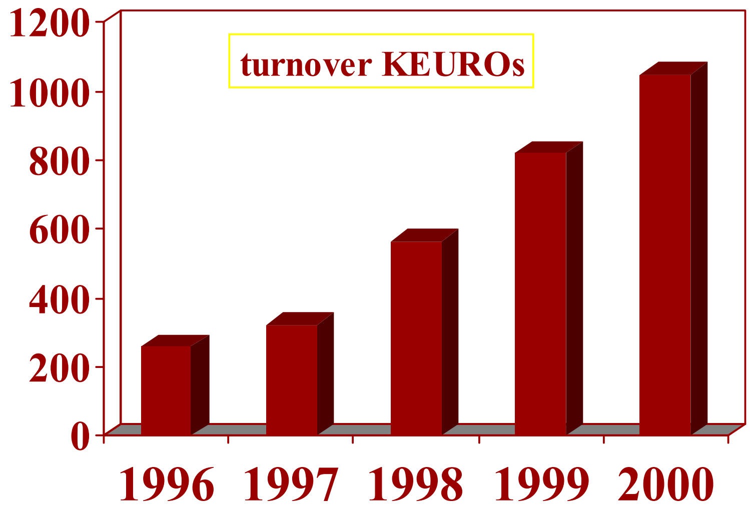
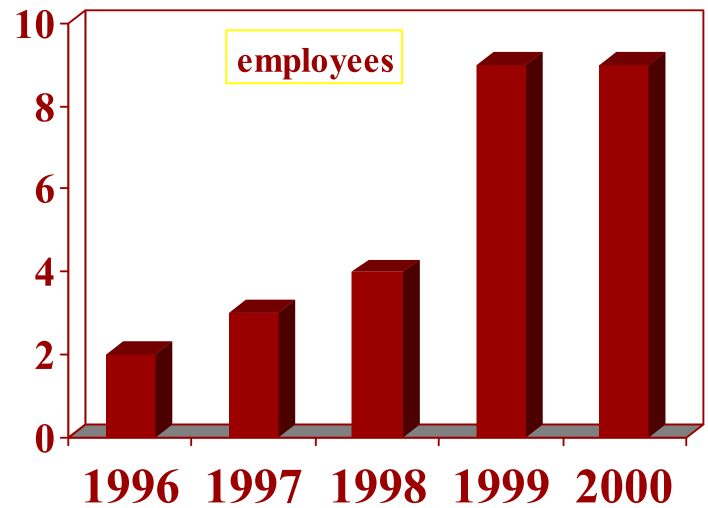
ASPECTS THEORIQUES DE L'OPTIMISATION

- SimTech : présentation générale
- Méthodologie d 'optimisation de SimTech
- Outils d 'optimisation de VisualDOC : bases théoriques
  - optimisation séquentielle
  - surfaces de réponse (RSA)
  - plans d 'expérience (DOE)

SimTech: Profil

- *MISSION*: La recherche de solutions par le calcul
- *EXPERTISE*: Le calcul scientifique
- *Founded*: 1993





Offre SimTech

- PRODUITS
  - SIMEX2000 (emboutissage)
  - GENESIS (optimisation de structures) VR&D
  - VISUALDOC (structure d 'accueil optimisation) VR&D
  - ABAQUS I/E (analyse non-linéaire): études
  - ……………..
- SERVICES :
  - Conception optimale de structures
  - Etudes d 'emboutissage par calcul
  - Optimisation non-linéaire
  - Formation (Mécanique de l 'emboutissage, Etude d 'emboutissage)

- **La valeur ajoutée de SimTech est la recherche de solutions par le calcul**

A chaque problème sa solution ...

PROBLEME - FORMULATION

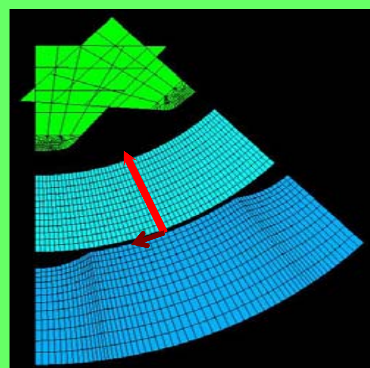
Assemblage caisse

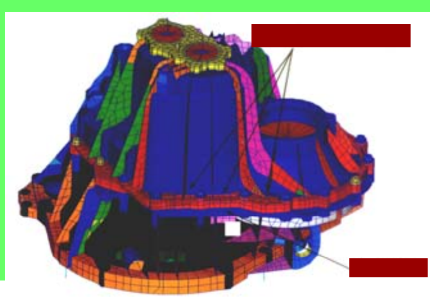
Dimensionnement préliminaire

Statique, Fatigue, Vibro-Acoustique, Allègement

Arbres à came dudgeonnés

Faisabilité produit process





Banquette carter

Diminution des fuites d'huile (16%).

SOLUTION

Opti topologique: soudage vs. collage

Opti paramétrique: dimensionnement

Amélioration entre 7% et 25%

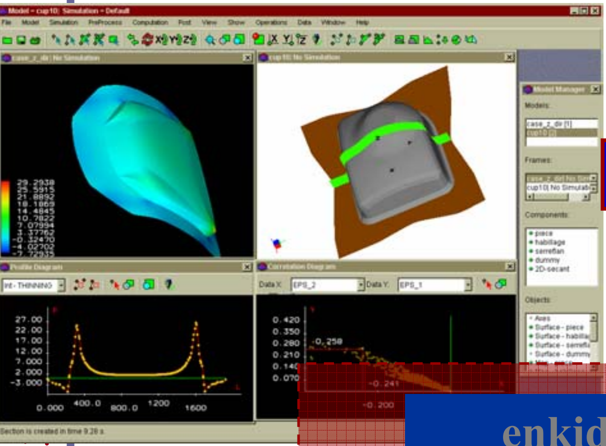
16 design variables
Monte-Carlo stochastique.

Prototypes réalisés

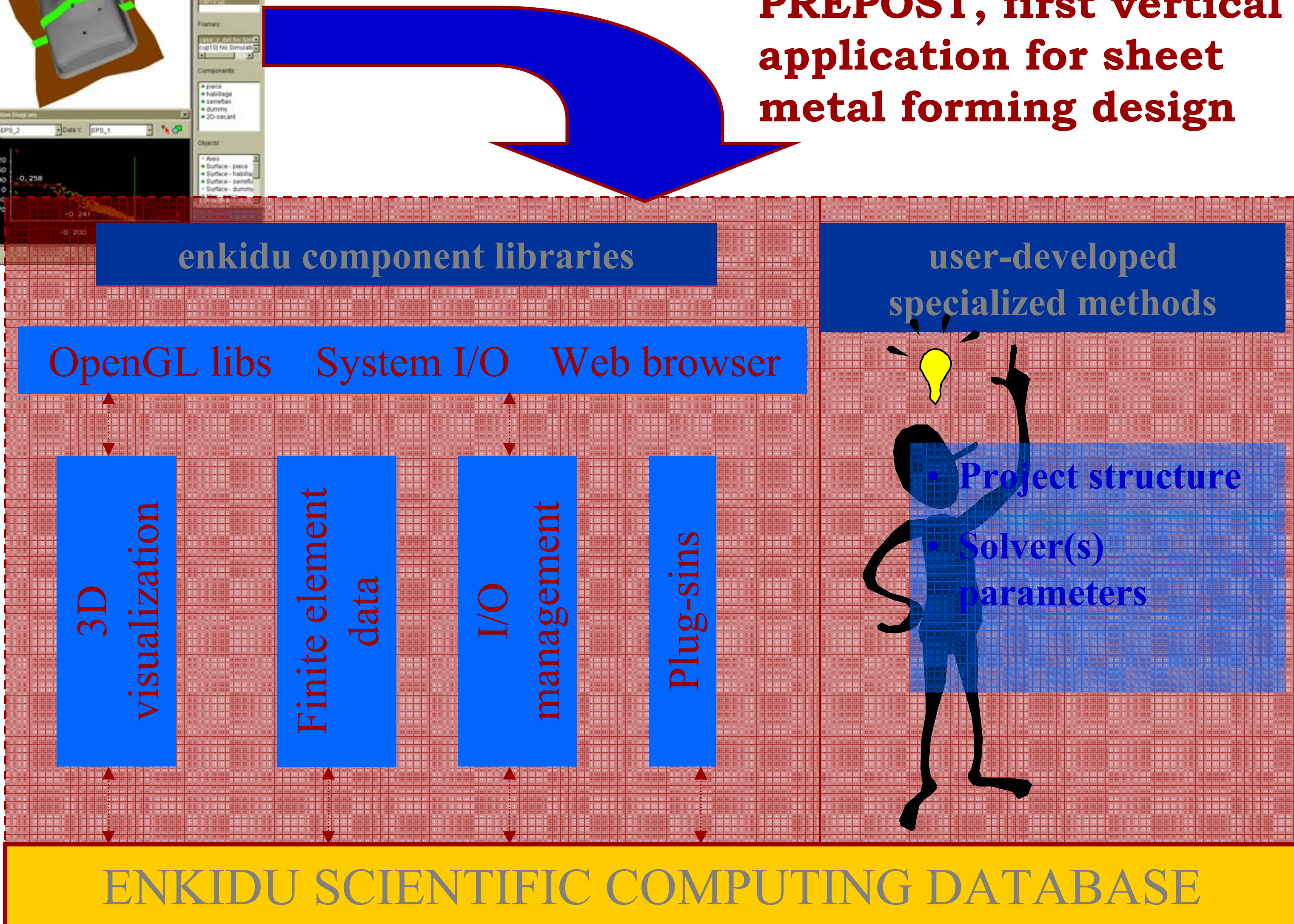
63 design variables
Plan d 'expérience (DOE)

16% d 'amélioration

WHERE DOES ENKIDU COME FROM ?



ENKIDU is the graphic engine of SIMEX2000 PREPOST, first vertical application for sheet metal forming design



References Simtech

- **STRATEGIC PARTNERSHIPS :**

  RENAULT Direction de la Recherche (F), VANDERPLAATZ R&D (USA), FIAT Research Center (I)

- **AUTOMOTIVE :**

  RENAULT (F), FIAT (I), GENERAL MOTORS (USA), BMW (D), PSA (F), AETNA (USA), ATLAS TOOLS (USA), CHRISTY (USA), FASA (E), IVECO (I), LOIRE ETUDE (F), OPI (F),PAULSTRA (F), RENAULT V.I. (F) , PCI (F), RIETER (F), SEMO (F)

- **ENGINEERING :**

  CSM (I), IDVU (F), ATOS (D), MECALOG (F), RENAULT AUTOMATION (F), UTS (I), TECHLAM (F)

- **RAW MATERIAL MANUF. :**

  USINOR (F) , BRITISH STEEL (GB), OCAS (Be), PECHINEY (F), TEKSID (I)

- **AEROSPACE :**

  AEROSPATIALE (F), ALCATEL SPACE (F), DASSAULT AVIATION (F), MATRA BAE (F), SECAN (F)

- **OTHERS :**

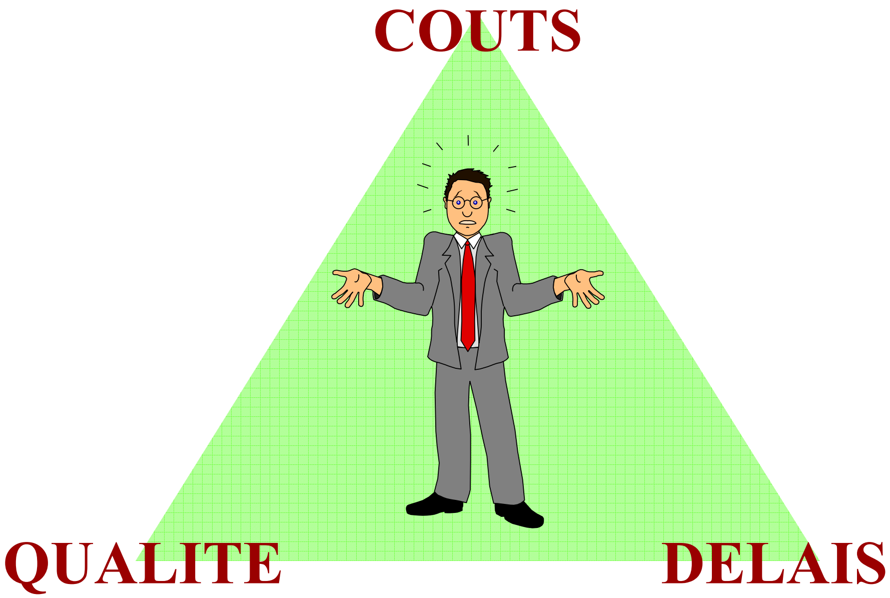

OPTIMIZE

La conception est un problème d'optimisation …

$$\min! \, co\hat{u}t$$

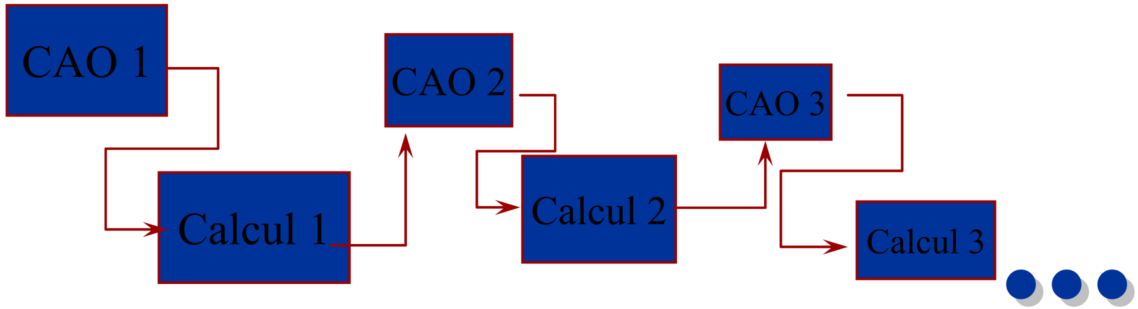
$$d\acute{e}lai \leq \overline{d}$$

$$qualit\acute{e} \geq \overline{q}$$

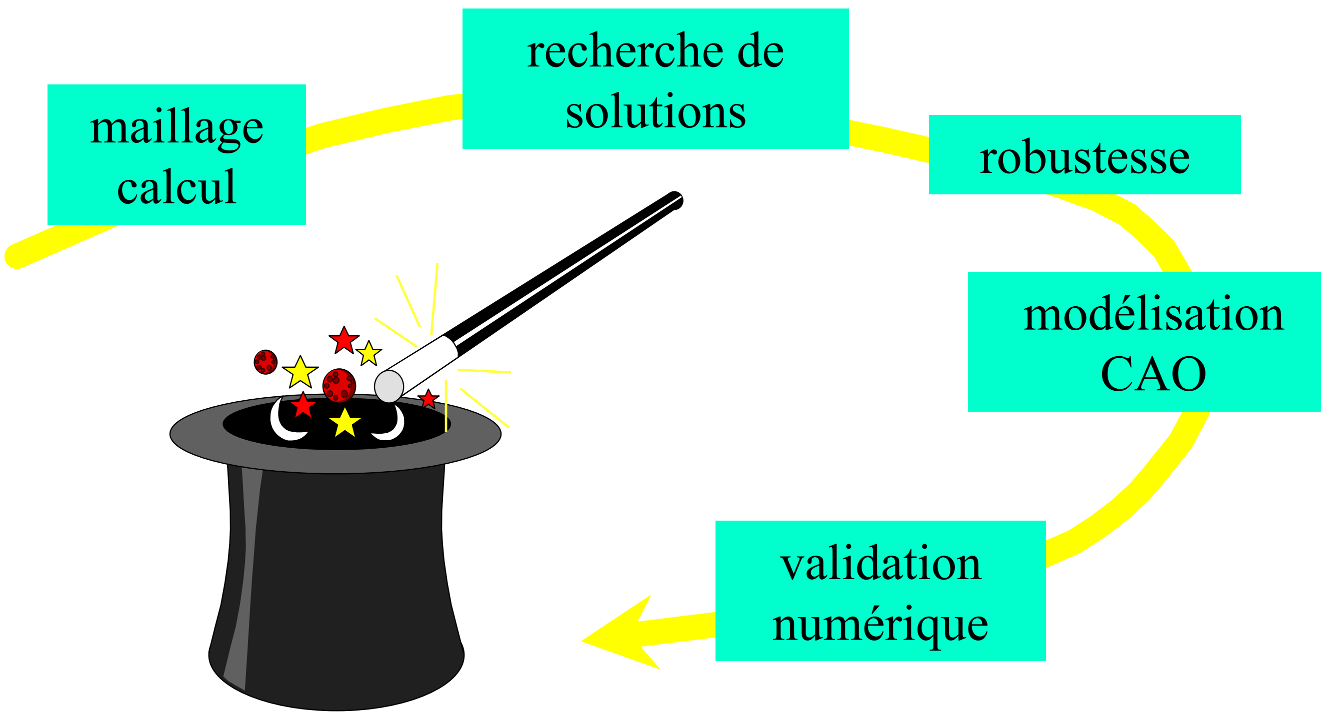


… qui est résolu par itérations

METHODES BRUTES : itérations plus courtes

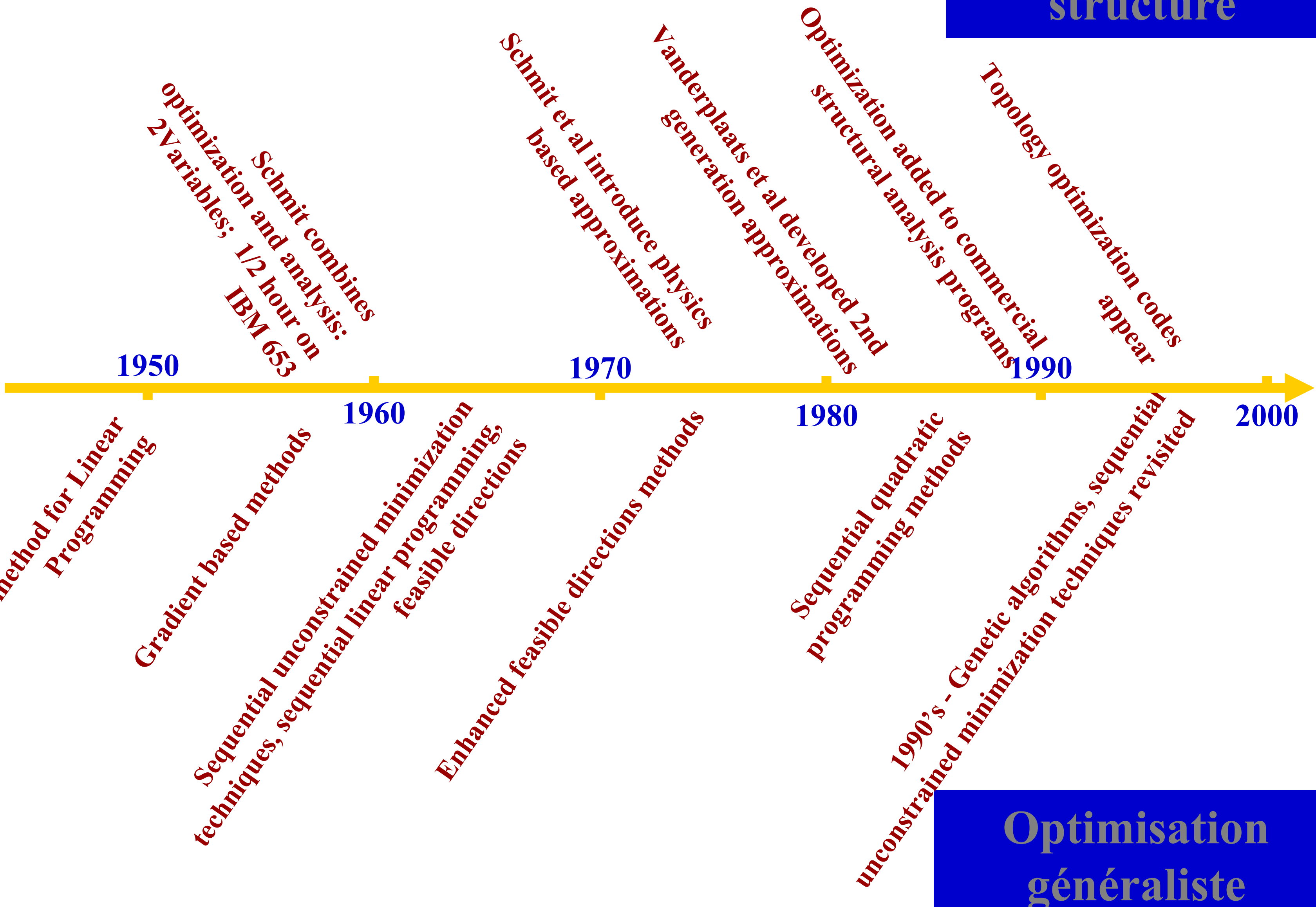


METHODE OPTIMALE : moins d 'itérations !!



Historique

Optimisation de structure



Optimisation généraliste

Quelles solutions pour la conception de structures ?

Problème:

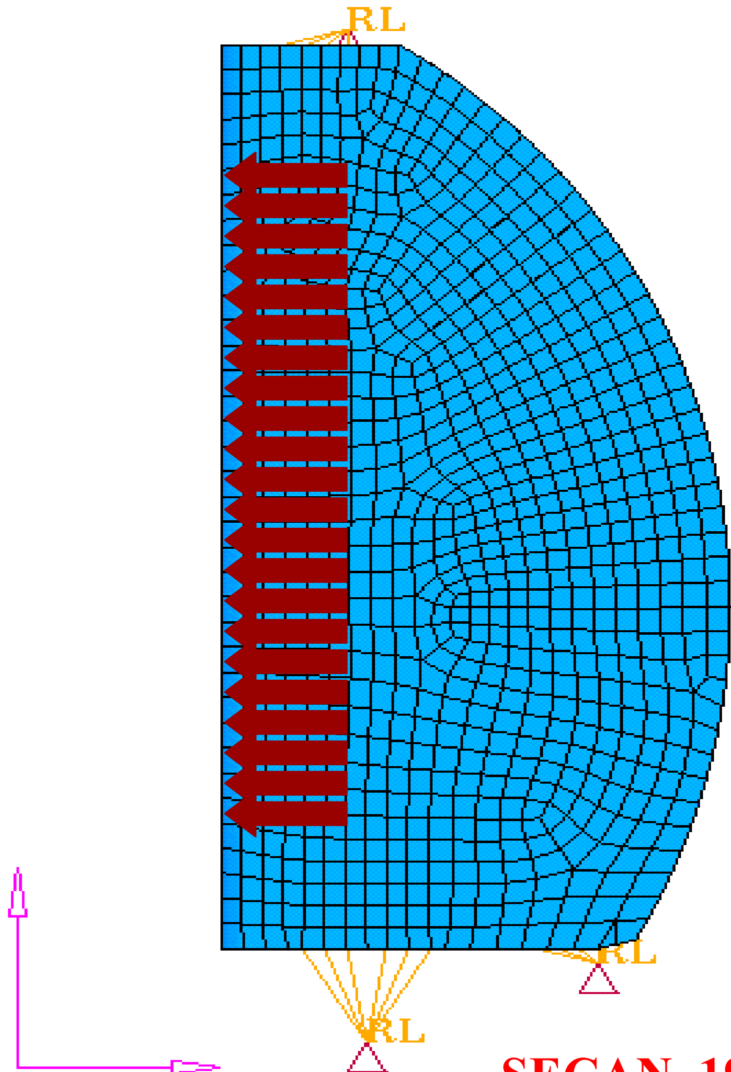
Cette structure (réservoir avion) est soumise à neuf cas de chargement différents représentant les interactions avec le fluide contenu dans différentes situations

Contraintes:

Tenue
Poids

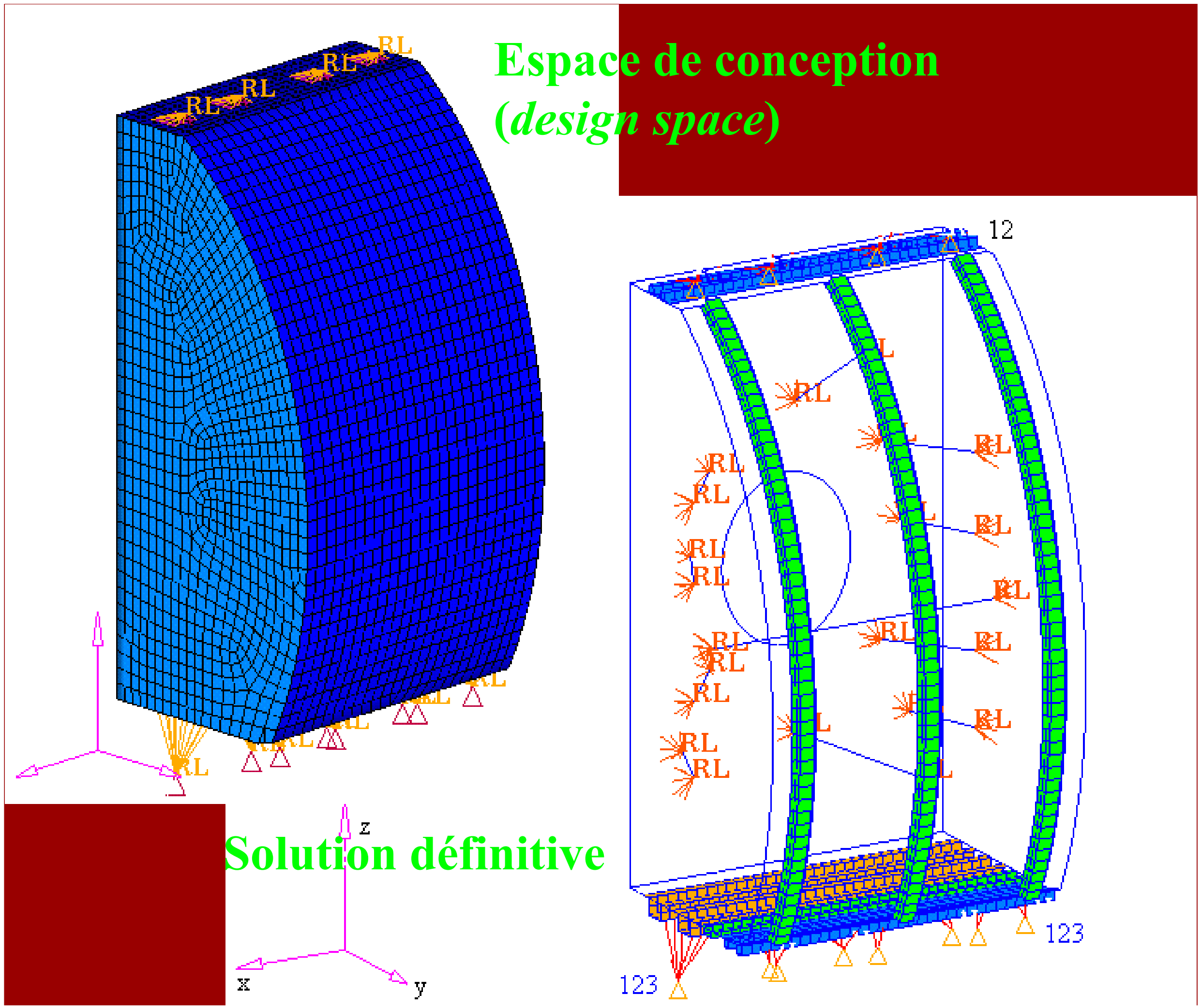
Solution:

Un mélange de barres de raidissement internes ainsi que de nervures externes



SECAN, 1998

Pour obtenir la solution définitive, nous avons réalisé deux boucles d ’optimisation topologique et paramétrique



A chaque problème sa solution ...

PROBLEME - FORMULATION

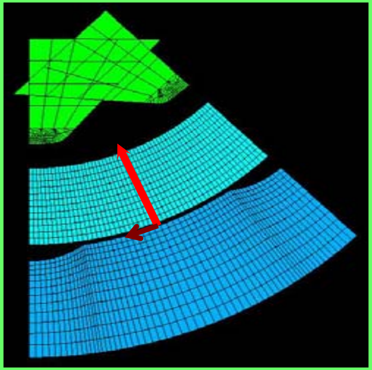
Assemblage caisse

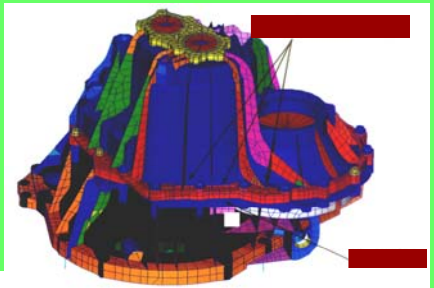
Dimensionnement préliminaire

Statique, Fatigue, Vibro-Acoustique, Allègement

Arbres à came dudgeonnés

Faisabilité produit process





Banquette carter

Diminution des fuites d'huile (16%).

SOLUTION

Opti topologique: soudage vs. collage

Opti paramétrique: dimensionnement

Amélioration entre 7% et 25%

16 design variables
Monte-Carlo stochastique.

Prototypes réalisés

63 design variables
Plan d 'expérience (DOE)

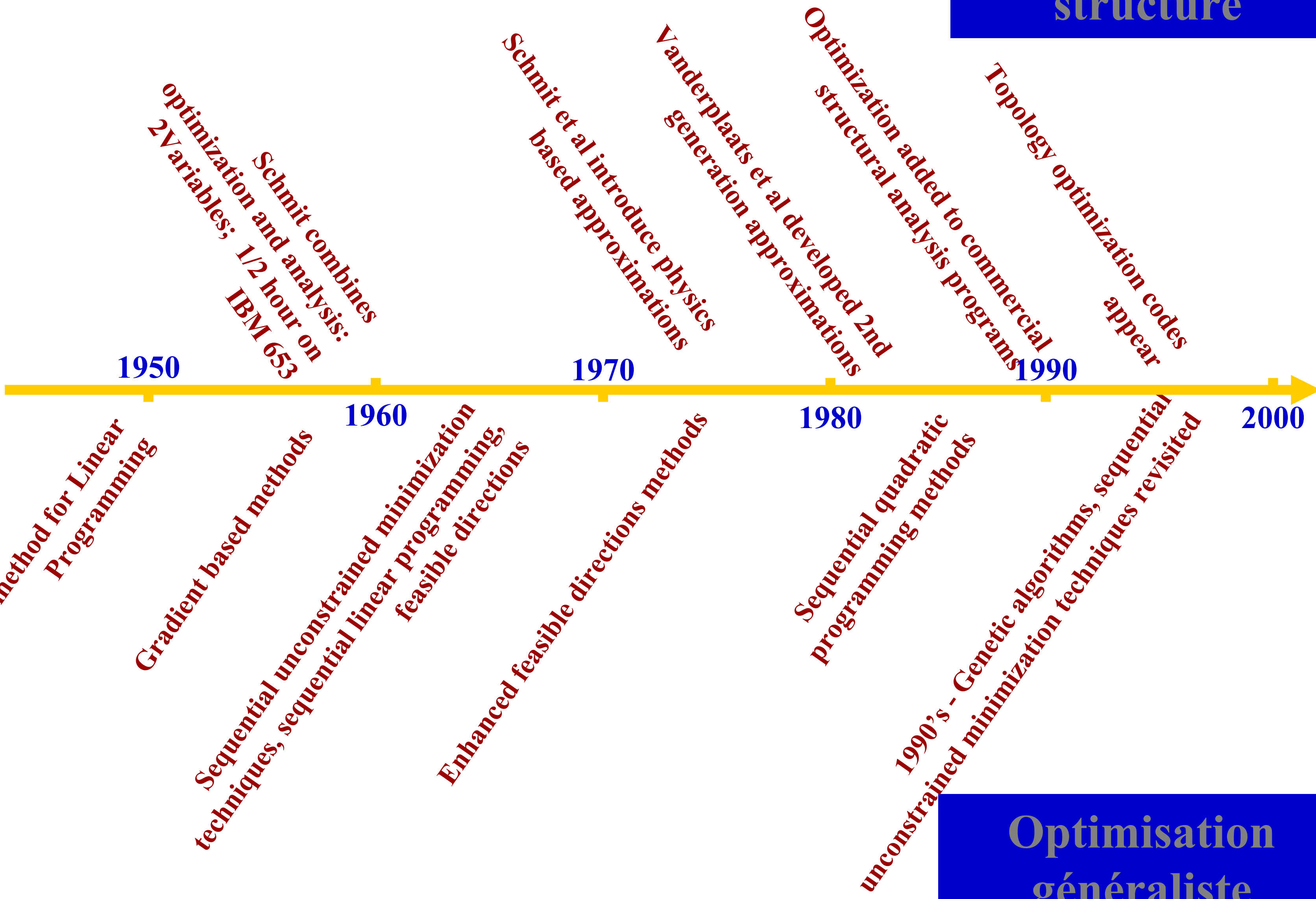
16% d 'amélioration

La méthodologie appliquée est la même dans tous les cas

- Compréhension de la physique du problème
- Identification des paramètres de conception et des objectifs
- Formulation du problème de conception en termes d ’optimisation
- Simplification si nécessaire
  - •pour mieux saisir l’effet des paramètres (efficacité)
  - •pour réduire la CPU (faisabilité)
- Résolution du problème d ’optimisation

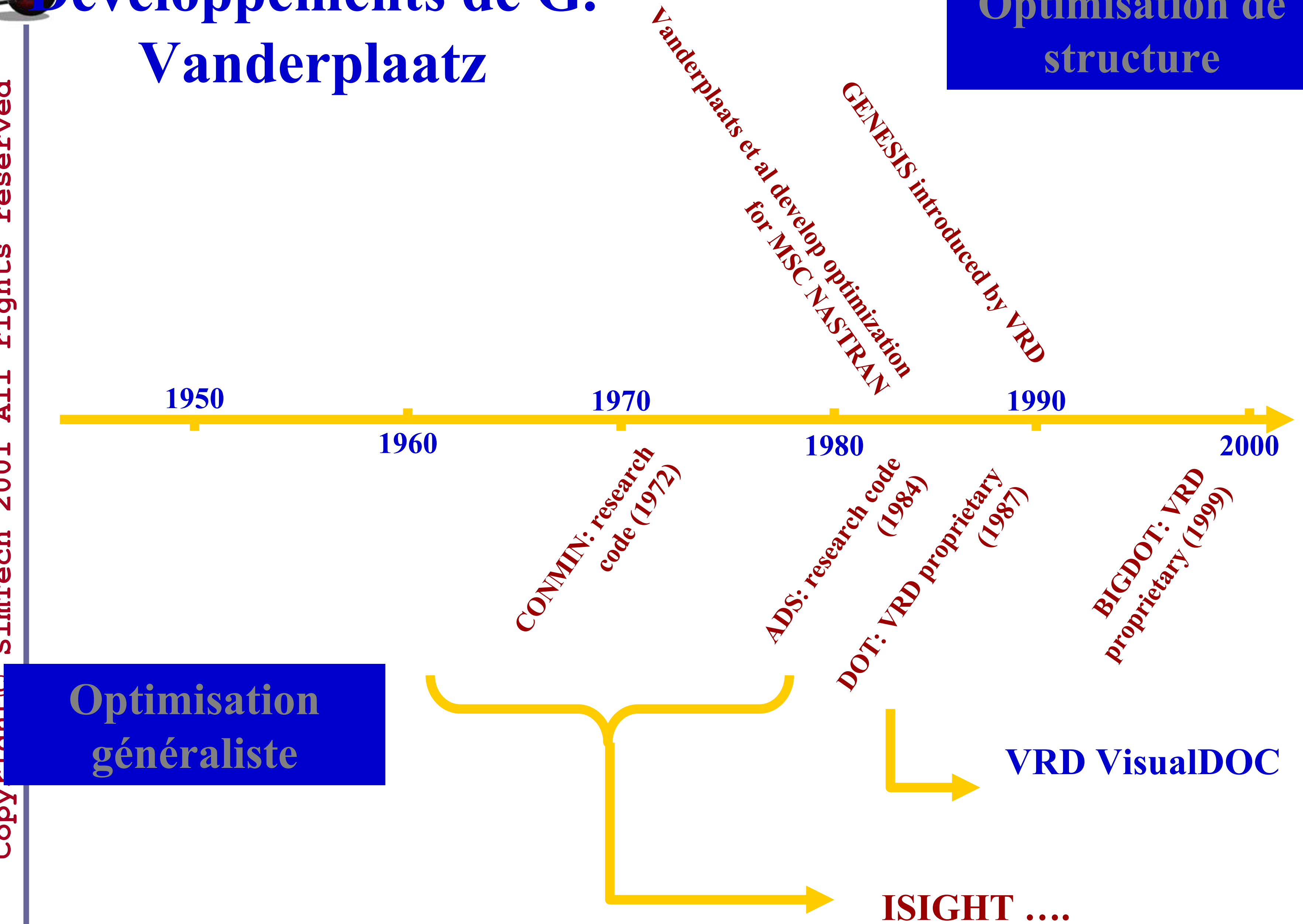
Historique

Optimisation de structure



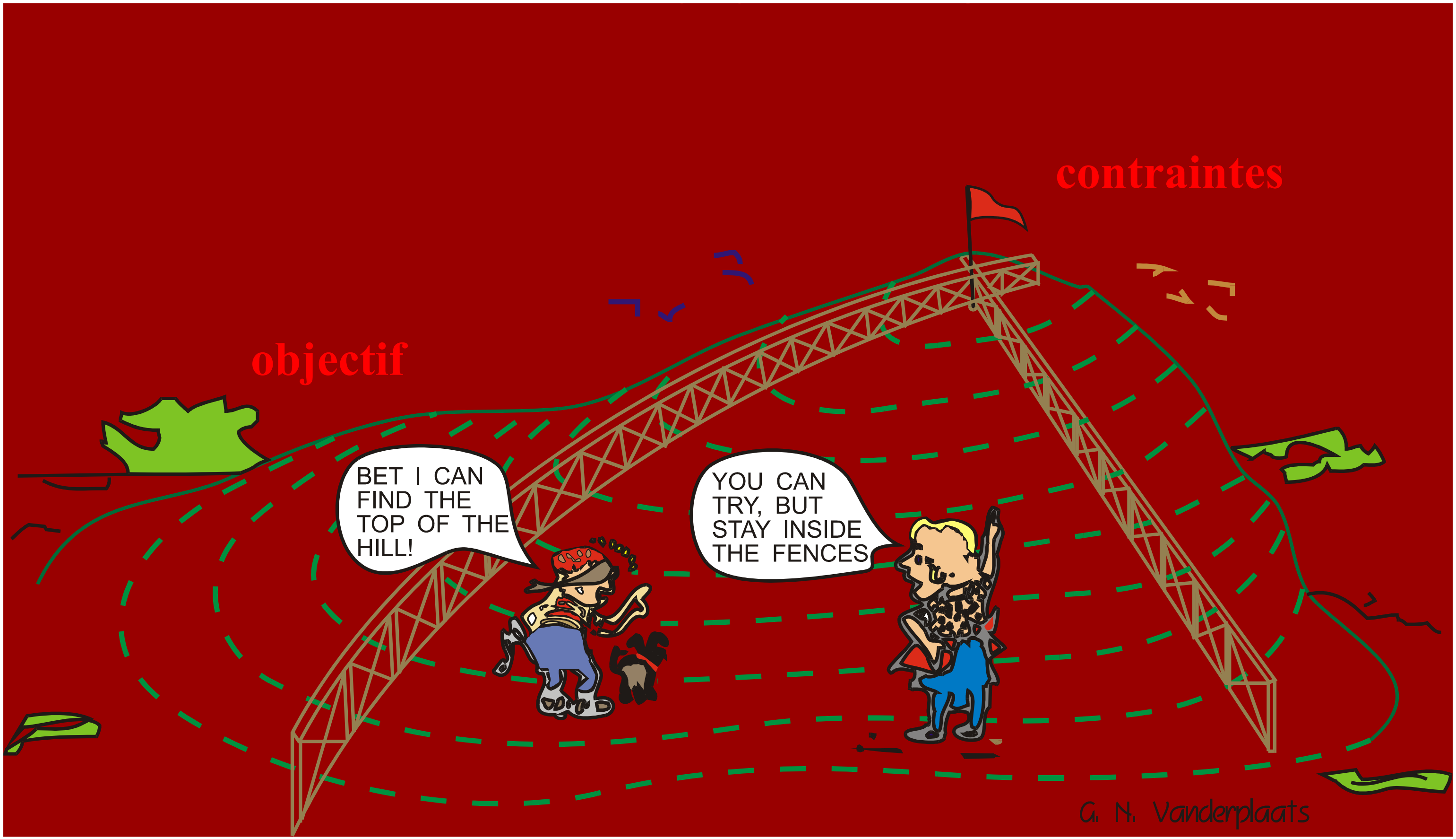
Optimisation généraliste

Développements de G. Vanderplaatz



OPTIMISATION : FORMULATION DU PROBLEME

Un garçon avec les yeux bandés doit trouver le sommet d'une colline tout en demeurant à l'intérieur d'un espace clôturé



Quelques Définitions

- **VARIABLES DE CONCEPTION :** Les paramètres à changer pour améliorer la situation
- **FONCTION OBJECTIF :** La fonction des variables de conception qu'il faut minimiser ou maximiser
- **CONTRAINTES UNILATERALES:** Définissent un domaine admissible à travers des inéquations
- **CONTRAINTES BILATERALES:** Définissent un domaine admissible à travers des équations

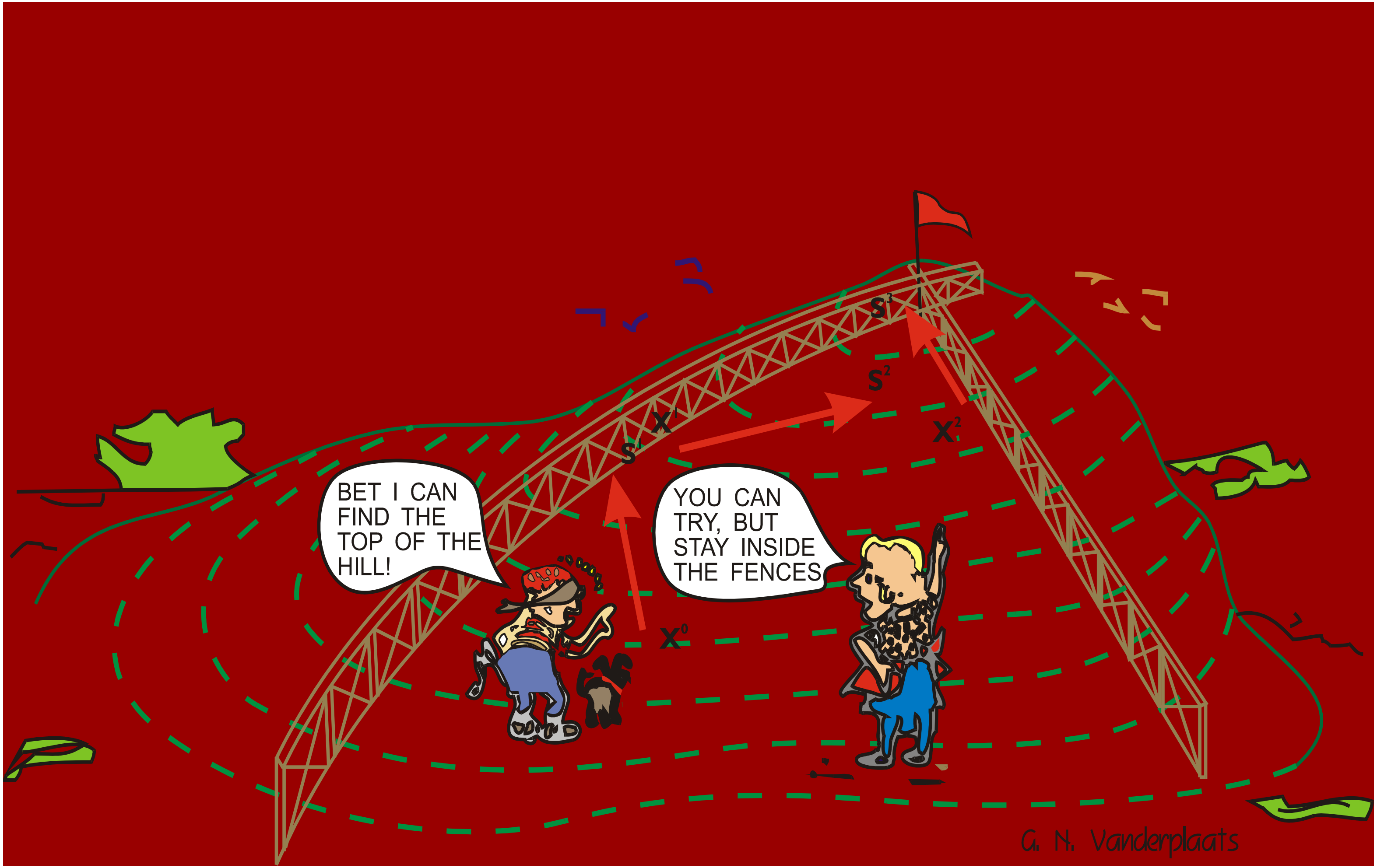
Encore des Définitions...

- **DOMAINE DE VARIATION:** Intervalle dans l'espace de variables de conception limitant la recherche de l'optimum
- **POINT ADMISSIBLE:** Un ensemble de variables de conception satisfaisant les contraintes
- **POINT INADMISSIBLE:** Un ensemble de variables de conception ne satisfaisant pas les contraintes
- **POINT OPTIMAL:** Un ensemble de variables de conception satisfaisant toutes les contraintes, correspondant au minimum ou au maximum de la fonction objectif

Principe de la solution

- Trouver le point optimal, satisfaisant toutes les contraintes, correspondant au minimum ou au maximum de la fonction objectif
- D'abord, on identifie une direction de recherche qui améliore la fonction objectif tout en satisfaisant les contraintes
- Puis, on cherche le long de cette direction jusqu'à ce que la fonction objectif ne peut plus être améliorée ou bien une contrainte peut être violée
- On trouve une autre direction de recherche et on recommence

En pratique, nous commençons avec un jeu de variables de conception et nous le modifions pour améliorer la conception


BET I CAN FIND THE TOP OF THE HILL!
YOU CAN TRY, BUT STAY INSIDE THE FENCES
X^0
S^1
X^1
S^2
X^2
S^3
G. N. Vanderplaats

Plus sérieusement ...

Minimiser : $F(\mathbf{X})$

Sous les conditions ;

$g_j(\mathbf{X}) \leq 0$ j = 1,…,M   Contraintes unilatérales

$h_k(\mathbf{X}) = 0$ k = 1,…,L   Contraintes bilatérales

$X_i^{Lower} \leq X_i \leq X_i^{Upper}$ i = 1,…,N   Domaine de variation

- $F(X)$, $g_j(X)$ et $h_k(X)$ sont C^1 continues
- $F(X)$, $g_j(X)$ et $h_k(X)$ peuvent être linéaires ou non, implicites ou explicites

Le problème de conception des structures est un cas particulier

- Minimiser le poids d'une structure (fonction objectif)
- Sous des conditions de ténue (contraintes unilatérales)

$$g_j(\mathbf{X}) = \frac{\overline{\sigma}_{ij} - \overline{\sigma}}{\overline{\sigma}} \leq 0$$

i = Cas de chargement
j = Elément du modèle

En pratique, les optimisations sous contraintes sont toujours réalisées par des méthodes basées sur le concept d ’approximation

Optimisation sans Contraintes

Minimize: $F(\mathbf{X})$

Subject to (Such that):

$X_i^{Lower} \leq X_i \leq X_i^{Upper}$ i = 1,…,N Side Constraints

- Les seules contraintes présentes sont celles relatives à la variation des variables de conception
- La clef est dans le choix de la direction de recherche $\mathbf{S}^q$

Stratégie d'optimisation

- Commencer avec un design point $\mathbf{X}^0$
- A l'itération *q*, mettre à jour **X**

$$\mathbf{X}^q = \mathbf{X}^{q-1} + \alpha \mathbf{S}^q$$

- $\mathbf{S}^q$ - Direction vectorielle de recherche, calculée à partir des gradients
- α- Taille du déplacement à partir de plusieurs calculs des fonctions (recherche 1-D)
  - Il existe des méthodes qui ne font pas de recherche 1-D ou qui en utilisent des versions simplifiées

Direction de Recherche

- Si nous avons des gradients analytiques, ils devraient être passés à l'optimisateur

- En général, nous n'avons pas les gradients
- Nous pouvons les calculer par différences finies

$$\nabla F(\mathbf{X}) = \begin{Bmatrix} \dfrac{F(\mathbf{X}+\delta\mathbf{X_1}) - F(\mathbf{X})}{\delta X_1} \\ \dfrac{F(\mathbf{X}+\delta\mathbf{X_2}) - F(\mathbf{X})}{\delta X_2} \\ \vdots \\ \dfrac{F(\mathbf{X}+\delta\mathbf{X_n}) - F(\mathbf{X})}{\delta X_n} \end{Bmatrix}$$

- La direction de recherche la plus intuitive est le gradient de la fonction objectif (***steepest descent method***)

$$\boxed{\mathbf{S}^q = -\nabla F(\mathbf{X}^q)}$$

- Facile à programmer
- Bien connue pour son inefficacité

DO NOT USE THIS METHOD!!

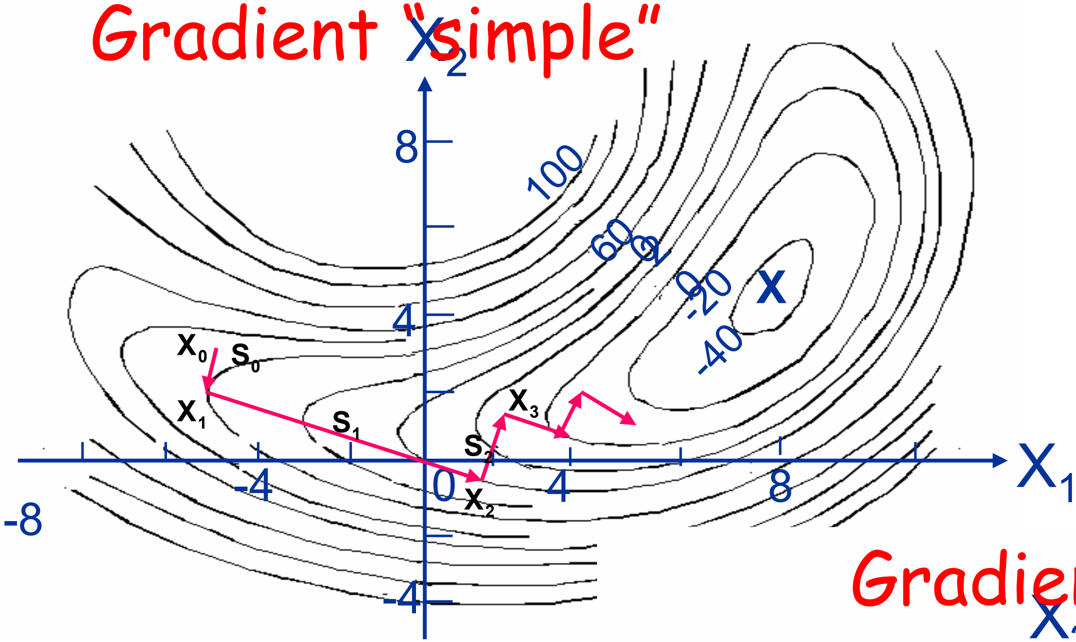
La méthode du gradient peut être améliorée de plusieurs manières. Ici, nous présentons le gradient conjugué dit de Fletcher-Reeves (FR)

- Utiliser le gradient pour la première itération
- A partir de la deuxième itération, le modifier en utilisant l'ancienne direction de recherche

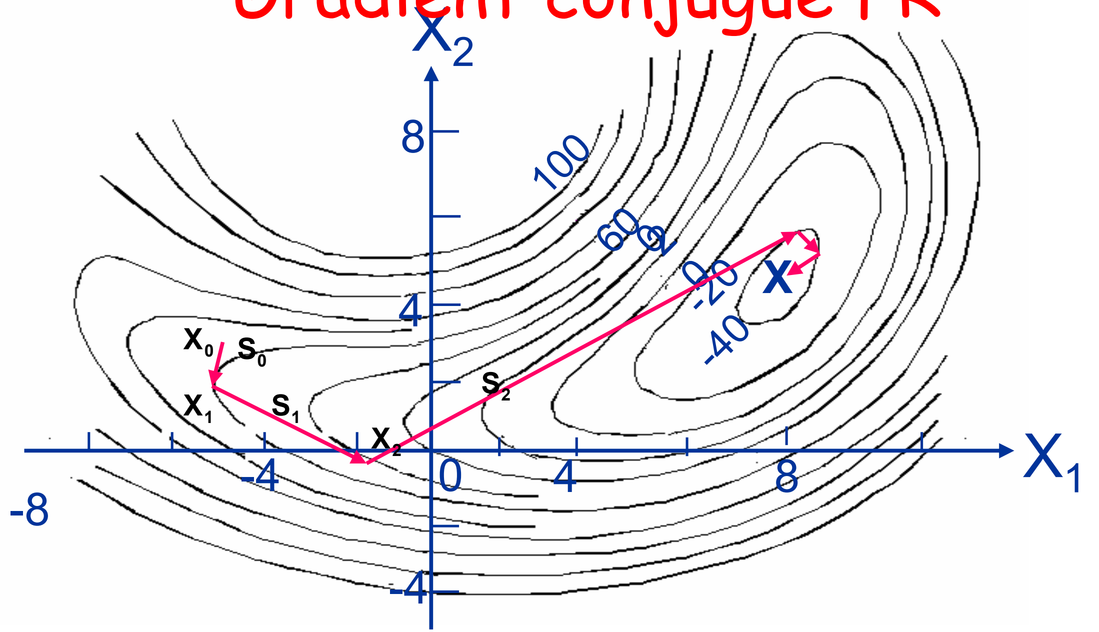
$$\mathbf{S}^q = -\nabla F(\mathbf{X}^q) + \beta \mathbf{S}^{q-1}$$

$$\beta = \frac{\left|\nabla F(\mathbf{X}^q)\right|^2}{\left|\nabla F(\mathbf{X}^{q-1})\right|^2}$$

Gradient "simple"



Gradient conjugué FR



Optimiser l'optimisation

- **Critères**
  - Trouver rapidement une solution approximative
  - Minimiser le nombre d'évaluation de fonctions
- **Pourquoi ?**
  - Un optimum "précis" n'a pas de sens ...
    - *Chargements, matériaux, conditions limites ne sont connus qu'à quelque pour-cent prêt*
  - L'évaluation de fonctions est chère
- **Coût CPU**
  - Si les gradients sont calculés par différences finies, ca. 10*N + 40 le coût d'une analyse

Multi-objective Optimisation...

$$OBJ = \left\{ \sum_{j=1}^{J1} \left[\frac{F_j Obj_j - F_j TARGET_j}{\left| WORST_j - TARGET_j \right| + 0.001} \right]^2 \right\}^{1/2} + \sum_{j=1}^{J2} \frac{F_j C_j Obj_j}{WORST_j}$$

- Permet des compromis quand les objectifs ne peuvent pas être atteint séparément
- A travers les poids Fg, différents objectifs peuvent devenir plus ou moins importants
- L'utilisation de valeurs cibles pousse l'optimisateur vers les valeurs spécifiées

$$OBJ = \left\{ \sum_{j=1}^{J1} \left[\frac{F_j Obj_j - F_j TARGET_j}{\left| WORST_j - TARGET_j \right| + 0.001} \right]^2 \right\}^{1/2} + \sum_{j=1}^{J2} \frac{F_j C_j Obj_j}{WORST_j}$$

J_1 = Nombre d'objectifs avec cible

J_2 = Nombre d'objectifs sans cible

F_j = Poids pour le j-me objectif

Obj_j = Valeur du j-me objectif

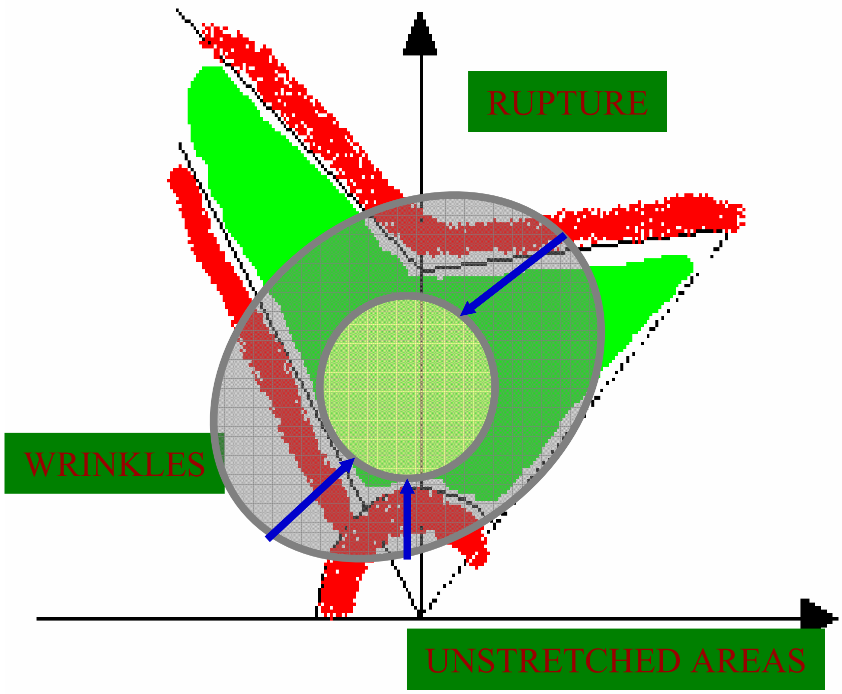
$TARGET_j$ = Cible pour le j-me objectif

$WORST_j$ = Pire valeur pour le j-me objectif

C_j = 1 (minimiser), -1 (maximiser)

- Pas de recette ...
- Les cibles peuvent être obtenues par optimisation sur un seul objectif
- Les poids, par expérience (d'habitude, =1)
- Il n'y a pas de solution unique !!
- La meilleur chose est de reformuler le problème comme une optimisation sous contraintes

Dans SIMEX, nous avons supprimé une formulation multi-objectifs (rupture, plats, plis) inefficace pour un problème d'optimisation sous contraintes



Optimisation de variables discrètes

- Les variables de conception peuvent provenir de :
  - Nombres entiers
  - Ensemble discret spécifié par l'utilisateur
- Il peut y avoir une optimisation hybride quand certaines variables sont continues tandis que les autres sont discrètes
- Quelques méthodes:
  - Rounding
  - Algorithmes Génétiques
  - Branch and Bound (utilisé dans VisualDOC)

Discrete optimization is expensive

- **Rounding**
  - L'optimum continu est approximé à la valeur discrète plus proche
  - Difficilement vous donne une solution correcte
- ***Algorithme Génétique***
  - Efficace quand ***TOUTES*** les variables sont discrètes
  - Rame quand il y a beaucoup de variables
  - Beaucoup d'évaluation de fonctions

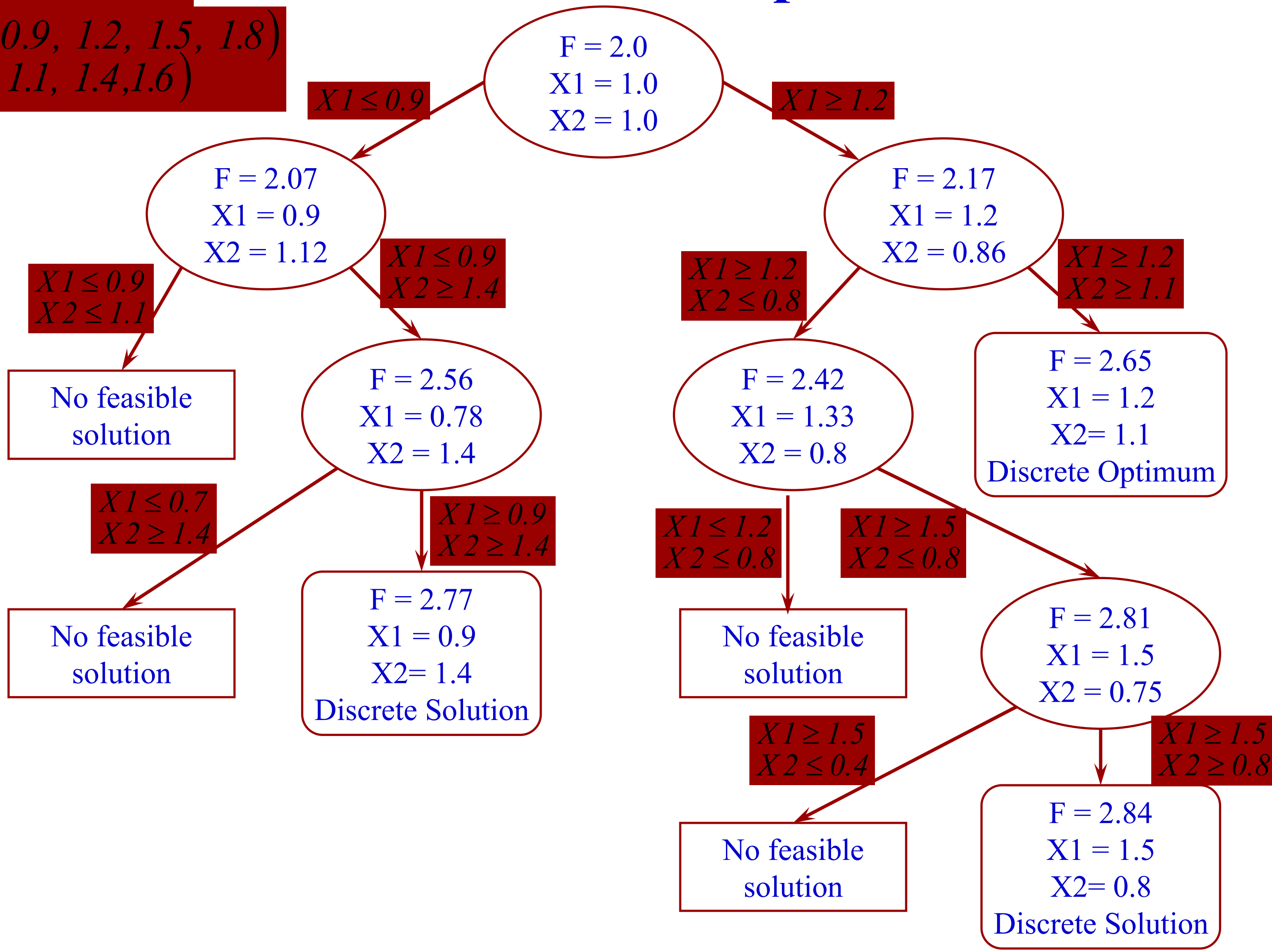
- **Branch and Bound**
  - Théoriquement correcte pour problèmes convexes
  - Approprié pour problèmes hybrides
  - Peut demander beaucoup de sub-optimisation continues, donc peut être TRES CHER
- Commencer par une optimisation continue
- Utiliser l'ensemble discret pour générer une série (branches) d'optimisation sous contraintes
- S'arrêter quand il n'y a plus de branches possibles

$$F(X) = X_1^2 + X_2^2$$

$$g(X) = \frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} - 2 \quad \leq \quad 0$$

$$X_1 \in (0.3,\ 0.7,\ 0.9,\ 1.2,\ 1.5,\ 1.8)$$
$$X_2 \in (0.4,\ 0.8,\ 1.1,\ 1.4, 1.6)$$

Continuous Optimum



- **Si l'analyse n'est pas chère**
  - Faire une optimisation exacte dans les ramifications
- **Si non**
  - Approximer les fonctions par surface de réponse dans les ramifications

Quelques mots sur la parallelisation

- Les gradients par différences finies peuvent être calculés en parallèle dans VisualDOC
- L'efficacité des calculs parallèles augmente avec le nombre de variables de conception
- Cette efficacité dépend beaucoup de l'algorithme utilisé, SLP étant le plus sensible
- L'algorithme le plus efficace est différent en parallèle ou en séquentiel

Optimisation par surfaces de réponse (RSA)

La surface de réponse est simplement la fonction

$$y_\eta = y\left(\eta_1, \ldots, \eta_n\right)$$

liant les réponses du système aux paramètres de conception η et aux facteurs de bruits ε

La méthode des surfaces de réponse consiste à substituer à la vraie surface (dont le calcul à chaques points est très cher) une surface définie analytiquement, plus facile à optimiser

En pratique, la surface approximante est très souvent un polynôme

$$y'_\eta = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i \eta_i + \sum_{ij} \alpha_{ij} \eta_{ij} + \ldots$$

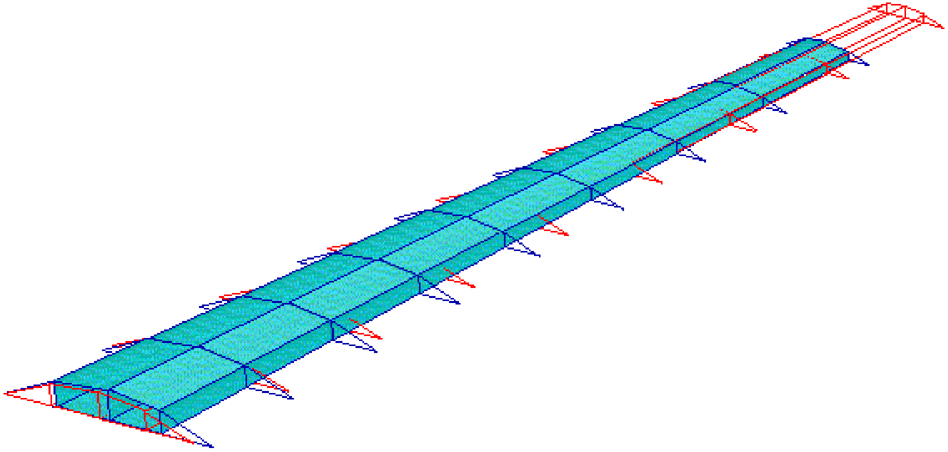
Avantages de la méthode des surfaces de réponse

- **Elimination du bruit numérique**
  - Pour chaque fonction de réponse nous avons une surface lissée et régulière
- **Diminution du coût CPU**
  - Très efficace par rapport aux méthodes basées sur le gradient
  - Parallelisation efficace
  - Une "bonne" surface de réponse peut être utilisée pour résoudre plusieurs problèmes
- **Simplification de problèmes multi-objectifs/physique**
  - C'est plus facile de coupler les surfaces de réponse à l'optimisateur
- **Donne une description du problème sur une échelle relativement étendue dans l'espace des variables**

Reduced Computational Cost Example

Problem:

Maximize the aircraft's range by minimizing the wing's structural weight and aerodynamic drag



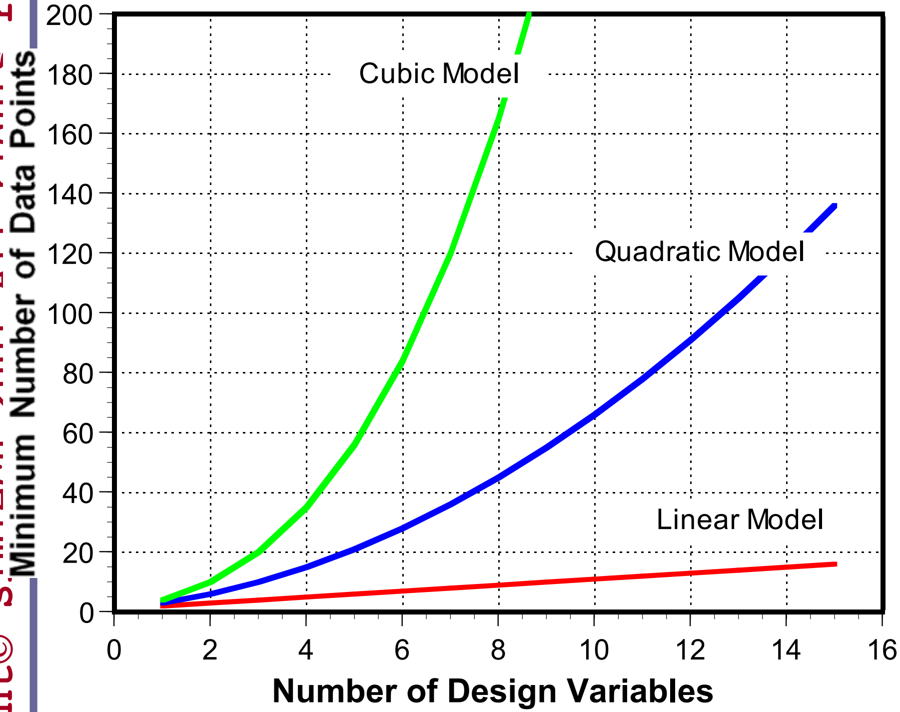
Gradient-Based Optimization:

145 function evaluations

Response Surface Approximate Optimization:

64 function evaluations

Le problème est l'ordre de la surface



- Le nombre de points où calculer les réponses augmente très rapidement
- Quand il y a beaucoup de variables nous sommes forcés à utiliser des surfaces simples
- **Des polynômes d'ordre bas ne peuvent pas modéliser des phénomènes complexes**

La construction se fait par moindres carrés

Pour une surface de réponse linéaire

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}$$

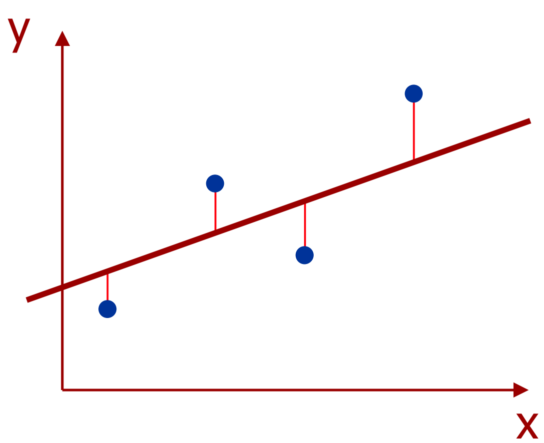
nous minimisons ainsi l 'erreur quadratique moyen ...

$$L = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \mathbf{e}'\mathbf{e} = \left(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right)'\left(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right) = \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}y + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

… imposant que les dérivées soient nulles

$$\left.\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\beta}}\right|_{\mathbf{b}} = -2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{b} = 0$$

$$\mathbf{b} = \left(\mathbf{X}'\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$$

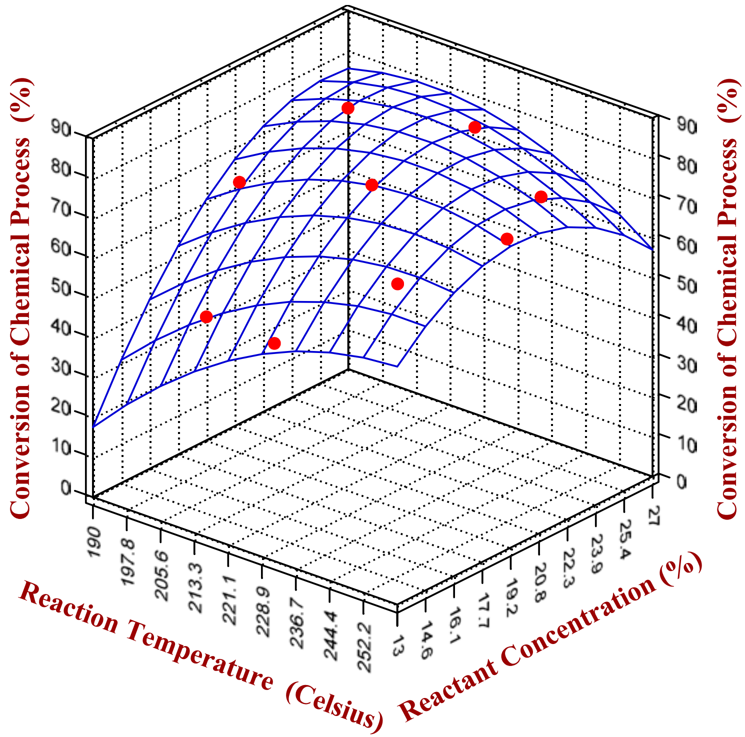


- **Avantages de la RSA**
  - un seul optimum
  - simple de construction
  - modélise non-linéarité et couplage
- **Inconvénients**
  - ce n'est pas une méthode globale
  - certains phénomènes physiques ne peuvent pas être modélisés
  - relativement peu de variables de conception
- **En pratique (dans VisualDOC)**
  - nous créons une simple surface initiale (par exemple à partir d'un plan d'expérience)
  - nous l'améliorons avec une stratégie optimale
  - nous utilisons les *move limits* ajustés automatiquement en fonction de l'ordre de l'approximation et de la distance de l'optimum

Qu'est-ce que le DOE ? (plan d'expérience)

Inventé dans les années 1950 pour minimiser le nombre de test dans des grosses installations industrielles

C 'est une manière d 'explorer localement une surface de réponse ... ou d 'en créer une !



CE N'EST PAS UNE METHODE D'OPTIMISATION !!!

En plus, la plus part de la théorie du DOE sert à éliminer l 'erreur expérimentale, absente dans les calculs

Un bon plan d'expérience

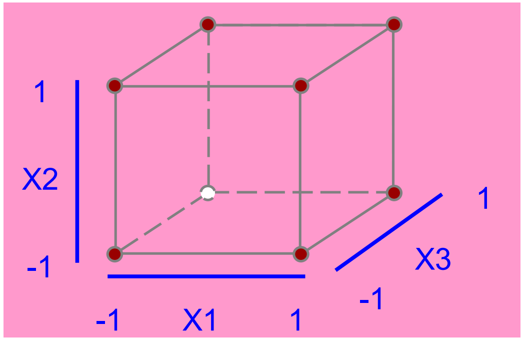
- met en évidence les variables les plus influentes
- trouve une approximation optimale par rapport au nombre de calculs
- excellent point de départ pour une RSA

Un DOE est un ensemble de *design points*, représentant chacun un jeu de variables

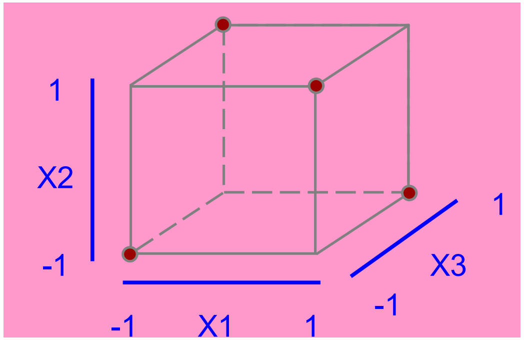
Facteurs de réussite

- la distance entre les points
- le scaling
- une idée préliminaire de la forme de la surface

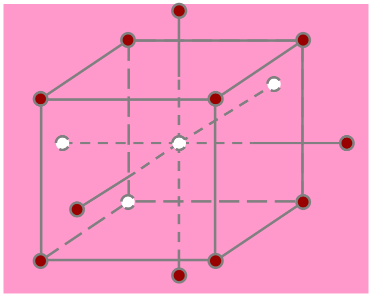
- **Factorial Design** (2 level)
  - all vertices of *N*-dimensional box



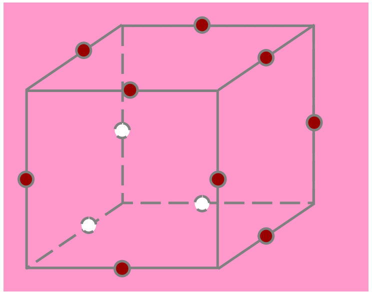
- **1/2 Fractional Factorial Design**
  - 1/2 of all the vertices of *N*-dimensional box



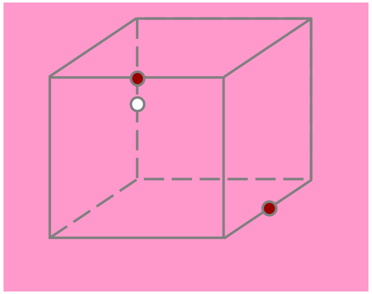
- **Central Composite Design**
  - 2 level factorial design, center point, 2n axial points



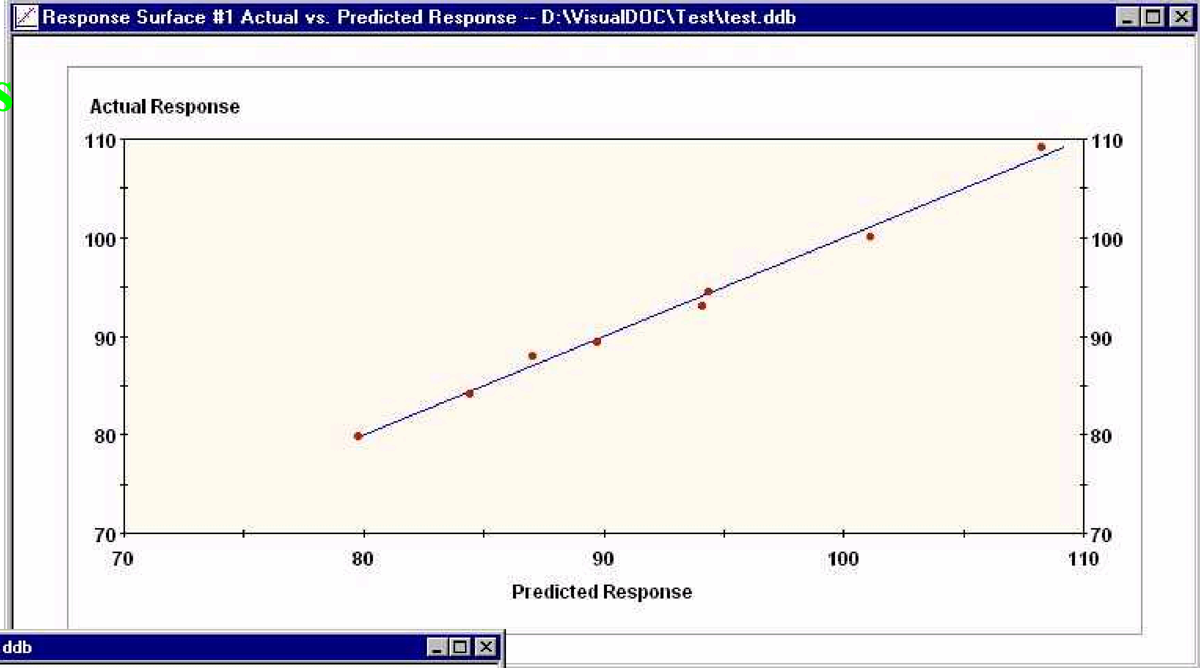
- **Box-Behnken**
  - 3 level design, useful for full quadratic response surfaces

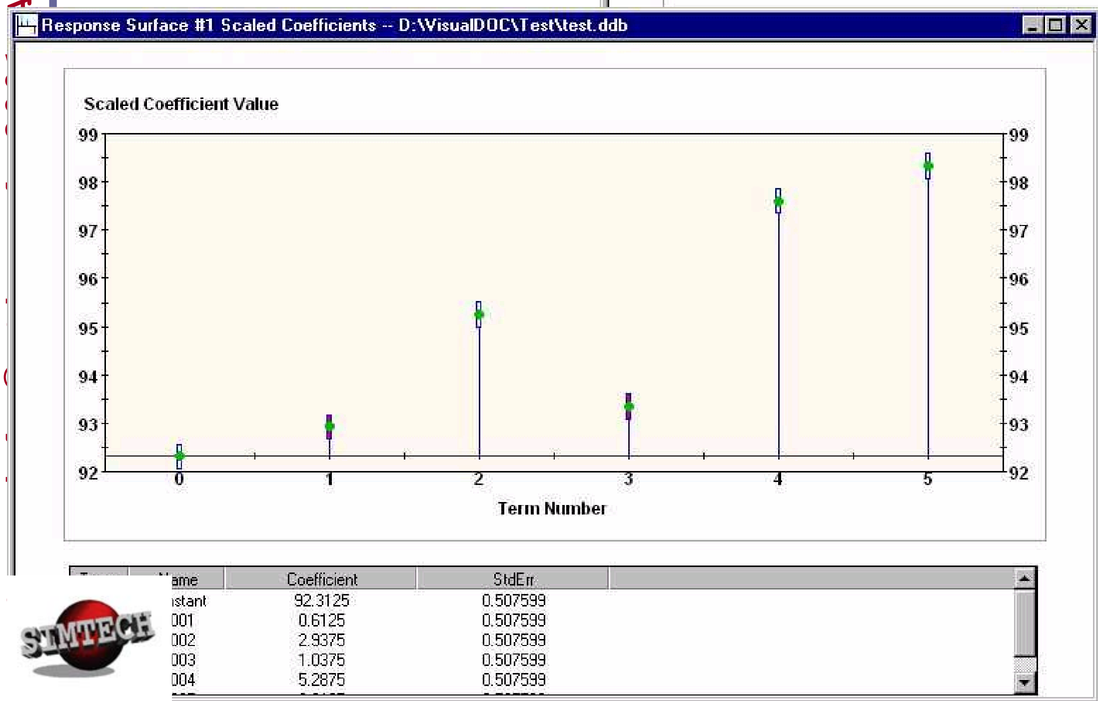


- **Taguchi Orthogonal Arrays**
  - Special types of fractional factorial designs
  - 3 level orthogonal arrays



L ’analyse des résidus permet de vérifier la précision de notre surface de réponse





L ’analyse des coefficients permet d ’identifier les variables significatives ainsi que les non-linéarités

- La conception est un processus d'optimisation
- La technique d'optimisation est liée au problème et ne peut pas être figée en avance
- L'optimisation permet de réaliser des conceptions avec moins d'expérience dans le métier
- Les experts doivent encore surveiller et vérifier l'optimisation